государственное автономное профессиональное образовательное учреждение Самарской области «Самарский колледж сервиса производственного оборудования имени Героя Российской Федерации Е.В. Золотухина»

Методические рекомендации по выполнению практических занятий для студентов 1 курса по дисциплине «Математика»

Самара, 2021 г.

ОДОБРЕНО
Предметно-цикловой комиссией преподавателей
Общепрофессиональных, естественнонаучных и математических дисциплин
Председатель: Елшанская С.В.

Разработала: Евграфова И.В., преподаватель ГАПОУ СКСПО

Пояснительная записка

Методические рекомендации предназначены для проведения практических занятий по дисциплине «Математика» для специальностей технического профиля.

Методические рекомендации по выполнению практических занятий разработаны на основе рабочей программы учебной дисциплины «Математика»

Содержание практических занятий позволяет освоить:

-практические приемы использования тригонометрических формул;

-методы и способы решения уравнений, систем уравнений;

-практическое применение многогранников;

-практические приемы вычисления производных;

-нахождение расстояния между двумя точками, координат середины отрезка.

-вычисление объема многогранников и тел вращения;

-методы и способы решения неравенств;

-исследование функции.

В методических рекомендациях по выполнению практических занятий содержится инструкция с четким алгоритмом хода работы. Каждое практическое занятие включает краткий теоретический материал, примеры задач и набор заданий.

Методические указания могут быть использованы для самостоятельной работы студентов, то есть для самостоятельного выполнения студентами практических работ.

Практические занятия необходимо выполнять в специальных тетрадях с указанием номера, темы, целей работы.

Ход работы

1.Познакомиться с теоретическим материалом.

2.Сделать краткий конспект теоретического материала в рабочих тетрадях (основные понятия, определения, формулы, примеры).

3.В тетрадях для практических занятий выполнить самостоятельную работу или решить номера, которые указаны в работе.

4.Сдать преподавателю тетради для практических занятий.

Критерии оценивания практических занятий

Оценка «5» ставится, если верно и рационально решено 90%-100% предлагаемых заданий, допустим один недочет, неискажающий сути решения.

Оценка «4» ставится, при безошибочном 80% предлагаемых заданий.

Оценка «3» ставится, если выполнено 50%- 70% предлагаемых заданий.

Оценка «2» ставится – решено менее 50% предлагаемых заданий.

Содержание

Практическое занятие №1
Тема: «Иррациональные уравнения»

Цели работы: закрепить навыки решения иррациональных уравнений.
Краткое содержание материала
Уравнения, в которых переменная содержится под знаком корня называются иррациональными.
Иррациональные уравнения часто получаются при решении различных задач. Решение иррациональных уравнений основано на следующем свойстве: при возведении обеих частей уравнения в натуральную степень получается уравнение – следствие данного.
При возведении обеих частей уравнения в натуральную степень может получиться уравнение не равносильное данному.
При возведении обеих частей уравнения в натуральную степень возможно появление посторонних корней. Поэтому необходимо выполнить проверку, подставив найденные корни в исходное уравнение.
Примеры:
1.$\sqrt{x+2} = x$ возведем обе части уравнения в квадрат
$x + 2 = x^2, x^2 - x - 2 = 0, x_1 = -1, x_2 = 2$
Проверка:1) $\sqrt{-1+2} = -1, 1 \neq -1$ посторонний корень
2) $\sqrt{2+2} = 2, \quad 2 = 2$
Ответ:2
2.$\sqrt{x^2+5x+1} + 1 - 2x = 0$
$\sqrt{x^2+5x+1} = 2x - 1, x^2 + 5x + 1 = ((2x-1))^2, x^2 + 5x + 1 = 4x^2 - 4x + 1$
$x(x-3) = 0, x_1 = 0, x_2 = 3$
Проверка: $\sqrt{0^2 + 5 \cdot 0 + 1} = 2 \cdot 0 - 1, 1 \neq -1$
$\sqrt{3^2 + 5 \cdot 3 + 1} = 2 \cdot 3 - 1, 5 = 5$
Ответ:3
Задания для самостоятельной работы:
Решите уравнения:
1. $\sqrt{x+1} = 5$
2. $\sqrt{x-3} = 4$
3. $\sqrt{x+2} = \sqrt{2x-3}$
4. $\sqrt[3]{x-9} = -3$
5. $\sqrt{9-x^2} = \sqrt{x+9}$
6. $\sqrt{x+1} = x - 5$
7. $x + \sqrt{2x+3} = 6$
8. $\sqrt{2x+1} = \sqrt{x^2-2x+4}$
9. $x = \sqrt[3]{x^3+x^2-6x+8}$
10. $\sqrt{x} - x = -12$
11. $x + \sqrt{x} = 2(x-1)$
12. $\sqrt{x+1} \cdot \sqrt{x+6} = 6$

Практическое занятие №2

Тема: «Показательные уравнения и неравенства»

Цели работы: сформировать умения и навыки решения показательных уравнений и неравенств

Краткое содержание материала:

1.Уравнения, в которых переменная содержится в показателе степени называются показательными

Простейшее показательное уравнение $a^x = b$, при $b > 0$ уравнение имеет один корень, при $b \le 0$ нет корней

Решение показательных уравнений часто сводится к решению уравнения $a^x = a^b$, где $a > 0, a \ne 1, x -$ неизвестное. Это уравнение решается с помощью свойства степени: степени с одинаковым основанием ($a > 0, a \ne 1$) равны тогда и только тогда, когда равны их показатели.

2.Неравенство, содержащее переменную в показателе степени, называется показательным

Решение показательных неравенств вида $a^{f(x)} < a^{g(x)}$ (где $a > 0, a \ne 1$) основано на следующих утверждениях:

Если a>1, то неравенства $a^{f(x)} < a^{g(x)}$ и $f(x) < g(x)$ равносильны;

если $0 < a < 1$ то неравенства $a^{f(x)} < a^{g(x)}$ и $f(x) > g(x)$ равносильны. Это следует из того, что при a>1,показательная функция возрастает, а при $0 < a < 1$, убывает

Примеры

Решите уравнения

1. $2^{3x-8} = 64$, т.к. $64 = 8 \cdot 8 = 2^3 \cdot 2^3 = 2^6$, то $2^{3x-8} = 2^6$, мы привели обе части уравнения к одинаковому основанию, а так как степени равны, равны их основания, то равны и показатели степеней, т.е $3x - 8 = 6; \quad \Rightarrow \quad 3x = 14 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{14}{3} = 4\frac{2}{3}$

Показатель степени может быть любым числом, поэтому проверку делать не надо.

Ответ: $4\frac{2}{3}$

2. $3^{2x} - 2 \cdot 3^{2x-1} - 2 \cdot 3^{2x-2} = 1$ используя свойства степени, имеем $3^{2x} - 2 \cdot 3^{2x} \cdot 3^{-1} - 2 \cdot 3^{2x} \cdot 3^{-2} = 1$ в левой части каждое слагаемое содержит общий множитель 3^{2x}. Вынесем 3^{2x} за скобки, получим: $3^{2x}\left(1 - 2 \cdot 3^{-1} - 2 \cdot 3^{-2}\right) = 1; \quad 3^{2x}\left(1 - \frac{2}{3} - \frac{2}{9}\right) = 1; \quad 3^{2x} \cdot \frac{9-6-2}{9} = 1$

$3^{2x} \cdot \frac{1}{9} = 1 \qquad 3^{2x} = 9 \qquad 3^{2x} = 3^2$

$2x = 2 \qquad x = 1$

Ответ: $x = 1$. Этот метод называется – метод вынесения общего множителя за скобки

3. $2 \cdot 4^{2x} - 17 \cdot 4^x + 8 = 0$ так как $4^{2x} = \left(4^x\right)^2$, то уравнение $2 \cdot \left(4^x\right)^2 - 17 \cdot 4^x + 8 = 0$ представляет квадратное уравнение относительно 4^x. Пусть $4^x = t$,

тогда $2 \cdot t^2 - 17t + 8 = 0$ решаем квадратное уравнение относительно переменной t.

$Д = 17^2 - 4 \cdot 8 \cdot 2 = 289 - 64 = 225$

$t_{1,2} = \frac{17 \pm 15}{4}; \quad t_1 = 8; \quad t_2 = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

Подставим значения t в равенство $4^x = t$

$4^x = 8 \quad \Rightarrow \; 2^{2x} = 2^3; \quad 2x = 3; \quad x = \frac{3}{2} = 1,5$

$4^x = \frac{1}{2}; \quad 2^{2x} = 2^{-1}; \quad 2x = -1; \quad x = -\frac{1}{2}$

Ответ: $x = 1,5; \quad x = -0,5$.

4. Решите неравенство

$\left(\frac{1}{2}\right)^x > \frac{1}{4}$; $\left(\frac{1}{2}\right)^x > \left(\frac{1}{2}\right)^2$; $a = \frac{1}{2}$, так как 0< a< 1, то $y = a^x$ убывает, а значит x < 2

Ответ: (-∞; 2)

Задания для самостоятельной работы

1 вариант

Решить уравнения:

1) $8^x = 64$;

2) $2^{x+1} = 32$;

3) $7^x = \frac{1}{343}$;

4) $\left(\frac{4}{5}\right)^x = \frac{25}{16}$;

5) $3^{-1-x} = \left(\frac{1}{3}\right)^{2x+3}$;

6) $3^{2x} - 6 \cdot 3^x - 27 = 0$;

Решить неравенства:

1) $4^{5x-1} > 16^{3x+2}$;

2) $11^{2x^2+3x} \le 121$;

3) $0{,}9^{x^2-4x} < \left(\frac{10}{9}\right)^3$;

2 вариант

Решить уравнения:

1) $0{,}5^x = 0{,}125$;

2) $3^{x-2} = 81$;

3) $\left(\frac{1}{6}\right)^x = 36$;

4) $\left(\frac{3}{2}\right)^x = \frac{16}{81}$;

5) $\left(\frac{1}{6}\right)^{4x-7} = 6^{x-3}$;

6) $2^{2x} - 6 \cdot 2^x + 8 = 0$.

Решить неравенства:

1) $0{,}5^{4x+3} \ge 0{,}5^{6x-1}$;

2) $7^{x^2-5x} < \left(\frac{1}{7}\right)^6$;

3) $14^{x^2+x} \le 196$.

Практическое занятие №3
Тема: «Логарифмы и их свойства»

Цели работы: сформировать умения и навыки преобразовывать выражения, используя определение логарифма и свойства логарифма.

Краткое содержание материала:

Логарифмом положительного числа b по основанию a , где $a>0$, $a \neq 1$ называется показатель степени, в которую нужно возвести основание a , чтобы получить число b.

$a^{\log_a b} = b$ - основное логарифмическое тождество

Действие нахождения логарифма числа называют логарифмированием.

Свойства:

1. $\log_a 1=0$
2. $\log_a a=1$
3. $\log_a xy = \log_a x + \log_a y$
4. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$
5. $\log_a x^p = p\log_a x$

Задания для самостоятельной работы

1 вариант

Вычислите

1. $\log_8 64$
2. $\log_6 1$
3. $\log_6 \frac{1}{36}$
4. $\log_5 5$
5. $10^{\log_{10} 2}$
6. $\log_6 2 + \log_6 3$
7. $\lg 25 + \lg 4$
8. $\log_{12} 2 + \log_{12} 72$
9. $\log_5 75 - \log_5 3$
10. $\log_2 7 - \log_2 \frac{7}{16}$

2 вариант

Вычислите

1. $\log_{\sqrt{2}} 1$
2. $\lg 0{,}01$
3. $\log_{20} 5 + \log_{20} 4$
4. $5^{\log_5 6}$
5. $2^{3+\log_2 9}$
6. $\lg 0{,}5 + \lg 2$
7. $\log_2 15 - \log_2 30$
8. $\log_8 \frac{1}{16} - \log_8 32$
9. $\log_{0,2} 40 - \log_{0,2} 8$

3 вариант

Вычислите

1. $\log_2 \frac{1}{32}$
2. $\log_{\sqrt{5}} 1$
3. $3^{4\log_3 2}$
4. $13^{\log_{13} 4-2}$

5. $\log_3 7 - \log_3 \frac{7}{9}$

6. $\log_{\frac{1}{2}} 28 - \log_{\frac{1}{2}} 7$

7. $\log_{\sqrt{7}} 49$

8. $\log_{\frac{3}{2}} \frac{64}{729}$

9. Известно, что $\log_5 2 = a$, $\log_5 3 = в$. Выразите через *а* и *в* $\log_5 72$; $\log_5 30$

Практическое занятие №4

Тема: «Логарифмические уравнения »

Цели работы: закрепить приёмы решения логарифмических уравнений

Краткое содержание материала:

Уравнение, содержащее переменную под знаком логарифма, называется логарифмическим. Простейшим логарифмическим уравнением служит уравнение вида $log_a x = b$ (где $a > 0, a \neq 1$)

Решение логарифмического уравнения вида $log_a f(x) = log_a g(x)$ основано на том, что такое уравнение равносильно уравнению $f(x) = g(x)$ при дополнительных условиях $f(x) > 0, g(x) > 0$.

Найденные корни необходимо проверить, подставив их в исходное уравнение. Можно выявить посторонние корни и с помощью нахождения области определения исходного уравнения (эта область задается системой неравенств f(x)>0, g(x)>0).

Пример:

1. $\log_{\frac{1}{4}}\left(x^2+6\right) = -2$

По определению логарифма можно записать,

$$\left(\frac{1}{4}\right)^{-2} = x^2+6$$

$$x^2+6=16$$

$$x^2+6-16=0$$

$$x^2-10=0$$

$x=\pm\sqrt{10}$ надо помнить, что логарифмы отрицательных чисел не существует. Так как $x^2+6>0$ всегда, то полученные значения $x=\pm\sqrt{10}$ оба являются корнями уравнения.

Ответ: $\pm\sqrt{10}$

Задания для самостоятельной работы

1 вариант

Решить уравнение:

1. $\log_2(4-x)=2$;
2. $\log_{\frac{1}{4}}(x-3)=-1$;
3. $\log_2\left(x^2-3x-10\right)=3$;
4. $\log_{0,3}\left(-x^2+5x+7\right)=\log_{0,3}(10x-7)$;
5. $\log_3 x = \log_3 30 - \log_3 10$;
6. $\log_2^2 x - 4\log_2 x + 3 = 0$;
7. $\log_2^2 x - 7\log_2 x + 12 = 0$;

2 вариант

Решить уравнение:

1. $\log_4(x+1)=1$;
2. $\log_{\frac{1}{3}}(2x-5)=-1$;
3. $\log_{\frac{1}{7}}(x^2+x-5)=-1$;
4. $\log_{0,2}(-x^2+4x+5)=\log_{0,2}(-x-31)$;
5. $\log_4(x^2+1)=\log_4 13+\log_4 2$;
6. $\log_2^2 x-5\log_2 x+4=0$;
7. $\log_2^2 x-6\log_2 x+8=0$.

Практическое занятие №5
Тема: «Логарифмические неравенства»

Цели работы: закрепить приёмы решения логарифмических неравенств

Краткое содержание материала:

Неравенство, содержащее переменную под знаком логарифма называется логарифмическим.

Решение логарифмических неравенств основано на том, что функция $y=log_a x$ при $a>1$ является возрастающей, а при 0<a<1 убывающей.

Обычный способ решения неравенств заключается в переходе от логарифмических неравенств к более простому неравенству или системе неравенств, имеющей то же самое множество решений, т.е. к равносильному неравенству или к равносильной системе неравенств.

1) если $a>1$,то переходим к следующему неравенству $f(x)<g(x)$, $f(x)>0, g(x)>0$

2) если 0<a<1 , то переходим к следующему неравенству $f(x)>g(x)$, $f(x)>0, g(x)>0$

Пример:

Решите неравенство:

$log_3(2x-5)<2$, $a=3, 3>1$ значит

$\begin{cases}2x-5>0,\\2x-5<9\end{cases}$ $\begin{cases}2x>5,\\2x<14\end{cases}$ $\begin{cases}x>2.5,\\x<7\end{cases}$ $2{,}5<x<7$

Ответ: (2,5;7)

Задания для самостоятельной работы

1 вариант

Решить неравенство:

1. $\log_2 x\ge 4$;
2. $\log_{\frac{1}{2}} x\le -3$;
3. $\lg x>2$;
4. $\log_5 x>\log_5(3x-4)$;
5. $\log_3(8-6x)\le\log_3 2x$;
6. $\log_2(5x-9)\le\log_2(3x+1)$;
7. $\log_{0,6}(6x-x^2)>\log_{0,6}(-8-x)$;

2 вариант

Решить неравенство:

1. $\log_2 x\le 3$;
2. $\log_{\frac{1}{3}} x\le -3$;
3. $\lg x<1$;
4. $\log_{0,6}(2x-1)<\log_{0,6} x$;
5. $\log_{\frac{1}{3}}(5x-9)\ge\log_{\frac{1}{3}} 4x$;
6. $\log_{2,5}(6-x)\le\log_{2,5}(4-3x)$;
7. $\lg(x^2-8)\le\lg(2-9x)$;

8. $\log_{\frac{1}{2}}^2 x + 3\log_{\frac{1}{2}} x < -2$

Практическое занятие №6
Тема: «Прямые и плоскости в пространстве»

Цели работы: сформировать умения и навыки при решении задач
Краткое содержание материала:
Две прямые в пространстве называются параллельными, если они лежат в одной плоскости и не пересекаются.
Прямая и плоскость называются параллельными, если они не пересекаются, то есть не имеют общих точек.
Две плоскости называются параллельными, если они не пересекаются, то есть не имеют общих точек.
Две прямые называются перпендикулярными, если они пересекаются под прямым углом.
Прямая, пересекающая плоскость, называется перпендикулярной этой плоскости, если она перпендикулярна любой прямой, которая лежит в данной плоскости и проходит через точку пересечения данной прямой и плоскости.
Две пересекающиеся плоскости называются перпендикулярными, если третья плоскость, перпендикулярная прямой пересечения этих плоскостей, пересекает их по перпендикулярным прямым.
Задания для самостоятельной работы
1 вариант
1. Отрезок длиной 1м не пересекает плоскость, концы его удалены от плоскости на 0,5 и 0,3м. Найдите длину проекции отрезка на плоскость.
2. Верхние концы двух вертикально стоящих столбов, удалённых на расстояние 3,4м, соединены перекладиной. Высота одного столба 5,8м, а другого 3,9м. Найдите длину перекладины.
3. Из точки к плоскости проведены две наклонные, равные 10см и 17см. разность проекций этих наклонных равна 9см. Найдите наклонные.
4. Неперпендикулярные плоскости α и β пересекаются по прямой MN. В плоскости β из точки А проведён перпендикуляр АВ к прямой MN и из той же точки А проведён перпендикуляр АС к плоскости α. Докажите, что угол АВС – линейный угол двугранного угла AMNC.
2 вариант
1. Телефонная проволока длиной 15м протянута от телефонного столба, где она прикреплена на высоте 8м от поверхности земли, к дому, где её прикрепили на высоте 20м. Найдите расстояние между столбом и домом, предполагая, что проволока не провисает.
2. Из точек А и В опущены перпендикуляры на плоскость α. Найдите расстояние между точками А и В, если перпендикуляры равны 3м и 2м, расстояние между их основаниями равно 2,4м, а отрезок АВ не пересекает плоскость.
3. Из точки к плоскости проведены две наклонные, одна из которых на 26см больше другой. Проекции наклонных равны 12см и 40см, найдите наклонные.
4. В тетраэдре DABC все рёбра равны, точка М – середина ребра АС. Докажите, что угол DMB – линейный угол двугранного угла BACD.

Практическое занятие №7
Тема: «Комбинаторика»

Цели работы: закрепить приёмы решения задач по комбинаторике
Краткое содержание материала:
Размещения- это поочерёдный выбор элементов из данного множества.

Пусть имеется множество, содержащее n элементов, которые мы хотим разместить на к местах

1.Число размещений n элементов на к местах с повторениями равно $n \cdot n \cdot \ldots n = n^{к}$

2.Число размещений n элементов на к местах, без повторений равно

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

Перестановка-это расположение объектов в определённом порядке.

Число перестановок n элементов равно произведению всех целых чисел от 1 до n и обозначается n! $P_n = n!$

Сочетание- это одновременный выбор нескольких элементов из данного множества. Число сочетаний из n элементов по к вычисляется по формуле

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Примеры:

1.$A_3^7 = \frac{7!}{(7-3)!} = \frac{7!}{4!} = 5 \cdot 6 \cdot 7 = 210$

2. Скольками способами можно разместить 6 человек на одной скамейке

$P_6 = 6! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 = 720$

3.Скольками способами можно избрать делегацию в количестве 4 человек из 14

$C_{14}^4 = \frac{14!}{4!(14-4)!} = \frac{14!}{4!10!} = 1001$

Задания для самостоятельной работы

1вариант

1. Вычислите 4!= 7!=
2. Сколько способов расстановки букв из набора б т н а о ?
3. Вычислите A_7^3
4. Вычислите C_9^4
5. В ящике лежат 6 ножей, 5 вилок и 10 ложек. Все предметы различны. Каким числом способов можно выбрать набор из ножа, вилки и ложки.
6. Сколько получится одночленов при умножении
$(x+2y)(x^2+y^2+z^2-2xy+z)$
7. $(a+в)^6 =$
8. Вычислите а) 6! -5! б) $\frac{25!-24!}{23!}$

2 вариант

1. Вычислите 4!= 8!=
2. Сколько способов расстановки букв из набора а в г д е н ?
3. Вычислите A_9^4
4. Вычислите C_{11}^4
5. В ящике лежат 5 ножей, 6 вилок и 10 ложек. Все предметы различны. Каким числом способов можно выбрать набор из ножа, вилки и ложки.
6. Сколько получится одночленов при умножении
$(x+2y)(x^2+y^2+z^2-2xy+z)$
7. $(a+в)^6 =$
8. Вычислите а) 6! -5! б) $\frac{23!-22!}{21!}$

Практическое занятие №8

Тема: « Векторы. Расстояние между двумя точками, координаты середины отрезка в пространстве»

Цели работы: сформировать умения и навыки при решении задач

Краткое содержание материала:

Пусть $A_1(x_1;y_1;z_1)$, $A_2(x_2;y_2;z_2)$ - две произвольные точки.

Расстояние между точками $A_1(x_1;y_1;z_1)$ и $A_2(x_2;y_2;z_2)$ вычисляется по формуле

$A_1A_2=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2}$

Координаты середины отрезка с концами $A_1(x_1;y_1;z_1)$ и $A_2(x_2;y_2;z_2)$ вычисляются по формулам

$x=\frac{x_1+x_2}{2}, y=\frac{y_1+y_2}{2}, z=\frac{z_1+z_2}{2}$

Пример: Докажите, что четырехугольник *ABCD* с вершинами в точках *A(1;3;2), B(0;2;4), C(1;1;4), D(2;2;2)* является параллелограммом.

Решение:

Четырехугольник, у которого диагонали пересекаются и точкой пересечения делятся пополам, есть параллелограмм. Воспользуемся этим для решения задачи. Координатами середины отрезка *AC* будут

$x=\frac{1+1}{2}=1, y=\frac{3+1}{2}=2, z=\frac{2+4}{2}=3$.

Координатами середины отрезка *BD* ,будут

$x=\frac{0+2}{2}=1, y=\frac{2+2}{2}=2, z=\frac{4+2}{2}=3$.

Координаты середин отрезков *AC* и *BD* одинаковы. Значит, эти отрезки пересекаются и точкой пересечения делятся пополам. Следовательно, четырехугольник *ABCD* – параллелограмм.

Задания для самостоятельной работы

1 вариант

1. Векторы a, b и c заданы их декартовыми координатами: $\vec{a}$ (1; 1; -1), $\vec{в}$ (3; 0; 2), $\vec{c}$ (-2; -1; 5). Найдите координаты следующих векторов:

а) $\vec{a}+\vec{в}+\vec{c}$;

б) $(\vec{a}+\vec{в})\vec{c}+(\vec{в}-\vec{c})\vec{a}$;

в) $2\vec{a}-\vec{в}-1/2\vec{c}$

г) $(\vec{в}+\vec{c})(\vec{a}-\vec{в})$.

2. Известно, что $\vec{a}\cdot\vec{в}=1/2$, $\vec{в}\cdot\vec{c}=-1/2$, $\vec{c}\cdot\vec{a}=1/3$, $|\vec{a}|=|\vec{в}|=|\vec{c}|=1$. Вычислите:

а) $(\vec{a}+2\vec{в})(2\vec{a}-\vec{в})$;

б) $(\vec{a}-\vec{в})2(\vec{a}+\vec{в})(\vec{a}-\vec{в})$

3. Дан четырёхугольник *ABCD*.

а) Докажите, что точки *A*(2; 4; -4), *B*(1; 1; -3), *C*(-2; 0; 5) и *D*(-1; 3; 4) являются вершинами параллелограмма.

б) Вычислите косинус острого угла между диагоналями параллелограмма *ABCD*.

4. Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$ Точка *К* – центр грани AA_1BB_1; точка *L* – середина ребра B_1C_1. Вычислите углы, которые образуют с гранями куба следующие прямые: а) DC_1 , б) *DL*.

2 вариант

1. Векторы a, b и c заданы их декартовыми координатами: $\vec{a}$ (-1; 1; 1), $\vec{в}$ (3; 2; 0), $\vec{c}$ (-2; 1; -2). Найдите координаты следующих векторов:

а) $\vec{a}+\vec{в}-\vec{c}$;

б) $(\vec{a}+\vec{в})\vec{c}-(\vec{в}+\vec{c})(-\vec{a})$;

в) $\vec{a} - 2\vec{в} + 1/3\vec{c}$;
г) $(\vec{в}+\vec{c})(\vec{a} - \vec{в})$.
2. Известно, что $\vec{a} \cdot \vec{в} = 1/2$, $\vec{в}\,\vec{c} \cdot = -1/2$, $\vec{c} \cdot \vec{a} = 1/3$, $|\vec{a}|=|\vec{в}|=|\vec{c}|=1$. Вычислите:
а) $(2\vec{a}+\vec{в})(\vec{a}-2\vec{в})$;
б) $(\vec{a} - \vec{в})(\vec{a} + \vec{в})2(\vec{a} + \vec{в})$
3. Дан четырёхугольник *ABCD*.
а) Докажите, что точки *A*(1; 3; 2), *B*(0; 2; 4), *C*(1; 1; 4) и *D*(2; 2; 2) являются вершинами параллелограмма.
б) Вычислите косинус острого угла между диагоналями параллелограмма *ABCD*.
4. Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Точка *K* – центр грани AA_1BB_1; точка *L* – середина ребра B_1C_1. Вычислите углы, которые образуют с гранями куба следующие прямые: а) DB_1, б) *KL*.

Практическое занятие №9
Тема: «Основные тригонометрические тождества»

Цели работы: на конкретных примерах научиться применять основные тригонометрические тождества

Краткое изложение материала:

$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

$tg\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$

$ctg\alpha = \dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$

$tg\alpha \cdot ctg\alpha = 1$

Примеры:

1.Упростите выражение: 1. $\dfrac{1-\cos^2\alpha}{1-\sin^2\alpha} = \dfrac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha} = tg^2\alpha$

2. $\sin\alpha \cdot ctg\alpha = \sin\alpha \cdot \dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = \cos\alpha$

3. $1 - \dfrac{1}{\sin^2\alpha} = \dfrac{\sin^2\alpha - 1}{\sin^2\alpha} = -\dfrac{\cos^2\alpha}{\sin^2\alpha} = -ctg^2\alpha$

Докажите тождество:

1. $tg^2\alpha - \sin^2\alpha = tg^2\alpha \cdot \sin^2\alpha$

2. $\dfrac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha} - \sin^2\alpha = \dfrac{\sin^2\alpha - \sin^2\alpha \cdot \cos^2\alpha}{\cos^2\alpha} = \dfrac{\sin^2\alpha(1-\cos^2\alpha)}{\cos^2\alpha} = \dfrac{\sin^2\alpha \cdot \sin^2\alpha}{\cos^2\alpha} = tg^2\alpha \cdot \sin^2\alpha$

Задания для самостоятельной работы

Упростите выражения:

1. $1 - \cos^2\alpha$;
2. $\sin^2\alpha - 1$;
3. $(1-\cos\alpha)(1+\cos\alpha)$;
4. $\sin^2\alpha - tg\alpha \cdot ctg\alpha$;
5. $tg\alpha \cdot ctg\alpha + ctg^2\alpha$;
6. $(\sin\alpha + \cos\alpha)^2 - 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha$;
7. $\sin^4\alpha + 2\sin^2\alpha \cdot \cos^2\alpha + \cos^4\alpha$;
8. $\dfrac{\sin^4\alpha - \cos^4\alpha}{\sin^2\alpha - \cos^2\alpha}$;
9. Докажите тождество:

$(1-\sin^2\alpha)(1+tg^2\alpha) = 1$;

$\sin^2\alpha(1+ctg^2\alpha) - \cos^2\alpha = \sin^2\alpha$;

$\cos^4\alpha - \sin^4\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$;

Практическое занятие №10

Тема: « Формулы сложения. Формулы приведения, формулы двойного аргумента»

Цели работы: на конкретных примерах научиться применять формулы сложения, двойного аргумента, формулы приведения

Краткое изложение материала:

$\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cdot\cos\beta-\cos\alpha\cdot\sin\beta$

$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cdot\cos\beta+\cos\alpha\cdot\sin\beta$

$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cdot\cos\beta-\sin\alpha\cdot\sin\beta$

$\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cdot\cos\beta+\sin\alpha\cdot\sin\beta$

$tg(\alpha+\beta)=\dfrac{tg\alpha+tg\beta}{1-tg\alpha\cdot tg\beta}$

$tg(\alpha-\beta)=\dfrac{tg\alpha-tg\beta}{1+tg\alpha\cdot tg\beta}$

$ctg(\alpha+\beta)=\dfrac{ctg\alpha\cdot ctg\beta-1}{ctg\beta+ctg\alpha}$

$ctg(\alpha-\beta)=\dfrac{ctg\alpha\cdot ctg\beta+1}{ctg\beta-ctg\alpha}$

Формулы приведения

1) Если в левой части формулы угол равен $\dfrac{\pi}{2}\pm\alpha$; $\dfrac{3\pi}{2}\pm\alpha$, то синус заменяется на косинус, тангенс – на котангенс и наоборот. Если угол равен $\pi\pm\alpha$,$2\pi\pm\alpha$ то замены не происходит.

2. В правой части формулы ставится тот знак, который имеет преобразуемая функция

$\sin\left(\dfrac{\pi}{2}-\alpha\right)=\cos\alpha,\qquad \sin\left(\dfrac{\pi}{2}+\alpha\right)=\cos\alpha$

$\sin(\pi-\alpha)=\sin\alpha,\qquad \sin(\pi+\alpha)=-\sin\alpha$

$\sin\left(\dfrac{3\pi}{2}-\alpha\right)=-\cos\alpha,\qquad \sin\left(\dfrac{3\pi}{2}+\alpha\right)=-\cos\alpha$

$\cos\left(\dfrac{\pi}{2}-\alpha\right)=\sin\alpha,\qquad \cos\left(\dfrac{\pi}{2}+\alpha\right)=-\sin\alpha$

$\cos(\pi-\alpha)=-\cos\alpha,\qquad \cos(\pi+\alpha)=-\cos\alpha$

$\cos\left(\dfrac{3\pi}{2}-\alpha\right)=-\sin\alpha,\qquad \cos\left(\dfrac{3\pi}{2}+\alpha\right)=\sin\alpha$

$tg\left(\dfrac{\pi}{2}+\alpha\right)=-ctg\alpha,\qquad tg\left(\dfrac{\pi}{2}-\alpha\right)=ctg\alpha$

$ctg\left(\dfrac{\pi}{2}+\alpha\right)=-tg\alpha,\qquad ctg\left(\dfrac{\pi}{2}-\alpha\right)=tg\alpha$

Формулы двойного угла

$\sin2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$

$\cos2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$

$\cos2\alpha=2\cos^2\alpha-1$

$\cos2\alpha=1-2\sin^2\alpha$

$tg2\alpha=\dfrac{2tg\alpha}{1-tg^2\alpha}$

Примеры:

1.Упростите выражение: $\cos3\alpha\cdot\cos\alpha-\sin\alpha\cdot\sin3\alpha=\cos(3\alpha+\alpha)=\cos4\alpha$

2.Вычислить $\sin210^\circ$

$\sin210^\circ=\sin(180^\circ+30^\circ)=\sin180^\circ\cos30^\circ+\cos180^\circ\sin30^\circ=0\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2}+(-1)\cdot\dfrac{1}{2}=-\dfrac{1}{2}$

Задания для самостоятельной работы

1 вариант

1. Замените тригонометрической функцией угла α:

а) sin(π/2–α); б) cos(2π–α); в) ctg(π+α).

2. Известно, что π/2 < α < π. Найдите sinα, tgα и ctgα, если cosα = -0,6.
3. Зная, что sinα = 0,8, cosβ = 0,6, α и β – углы I четверти, найдите значения выражений: а) sin(α+β); б) cos(α-β); в) sin2α.
4.Вычислите:
1)$\cos^2 15° - \sin^2 15°$
5. Найдите значение выражения:
$\sin 73° \cos 17° + \cos 73° \sin 17°$;
cos680° - cos220°

2 вариант
1. Замените тригонометрической функцией угла α:
а) cos(3π/2+α); б) sin(2π+α); в) tg(π/2–α).
2. Известно, что π/2 < α < π. Найдите cosα, tgα и ctgα, если sinα = 1/3.
3. Зная, что sinα = 8/17, cosβ = 4/5, α и β – углы I четверти, найдите значения выражений: а) sin(α - β); б) cos(α+β); в) cos2α.
4.Вычислите:
$\cos^2 75° - \sin^2 75°$
5. Найдите значение выражения:
$\sin 73° \cos 13° - \cos 73° \sin 13°$
sin1300° + sin1100°

Практическое занятие №11
Тема:«Решение тригонометрических уравнений»

Цели работы: сформировать умения и навыки при решении тригонометрических уравнений
Краткое содержание материала:
Простейшие тригонометрические уравнения

Уравнение	Решение уравнений в общем виде	Частные случаи
1. $\cos x = a$, $\lvert a \rvert \le 1$	$x = \pm \arccos a + 2\pi n, n \in Z$	$\cos x = 1$, $x = 2\pi n, n \in Z$ $\cos x = 0$, $x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in Z$ $\cos x = -1$, $x = \pi + 2\pi n, n \in Z$
2. $\sin x = a$, $\lvert a \rvert \le 1$	$x = (-1)^k \arcsin a + \pi k, k \in Z$	$\sin x = 1$, $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z$ $\sin x = 0$, $x = \pi n, n \in Z$ $\sin x = -1$, $x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z$
3. $tg\, x = a$	$x = arctg\, a + \pi k, k \in Z$	
4. $ctg\, x = a$	$x = arcctg\, a + \pi k, k \in Z$	

Примеры:
Решите уравнения:
1. cos x = $\frac{1}{2}$, $x = \pm \arccos a + 2\pi n, n \in Z$; $x = \pm \arccos \frac{1}{2} + 2\pi n;\ n \in Z$; $x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n;\ n \in Z$;
2. cos x = $-\frac{1}{2}$, $x = \pm \arccos a + 2\pi n, n \in Z$; $x = \pm arcos\left(-\frac{1}{2}\right) + 2\pi n;\ n \in Z$;
$x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n;\ n \in Z$;
3. sin x =$-\frac{1}{2}$, $x = (-1)^k \arcsin a + \pi k, k \in Z$; $x = (-1)^k \arcsin\left(-\frac{1}{2}\right) + \pi k, k \in Z$;
$x = (-1)^{k+1} \frac{\pi}{6} + \pi k, k \in Z$;

4. tg x = $-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$, x = $arctg\, a + \pi k, k\in Z;$ x = $arctg\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right) + \pi k, k\in Z;$ x = $-\dfrac{\pi}{6} + \pi k, k\in Z;$

Задания для самостоятельной работы

Решите уравнения:

1 вариант

1. sin x = $\dfrac{1}{2}$

2.cos x = $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

3.cos x = $-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

4.tg x = 1

5.ctg x = $\sqrt{3}$

6.cos x = - 1

7.3sin ^{2} x – 5sin x - 2= 0

8.7 tg^2 x + 2 tg x -5 = 0

2 вариант

1.2sin x = 1

2.2cos x + $\sqrt{2}$ = 0

3.sin 2x = $\dfrac{1}{2}$

4.tg $\dfrac{x}{2}$ = $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

5.2cos ^{2} x – cos x -3 = 0

6.(1+ cos x) ($\sqrt{2}$ sin x -1) = 0

7.sin^2 x + sin x cos x = 0

8.sin x - 3 cos x = 0

9.sin^2 x + sin x cos x – 2 cos^2 x = 0

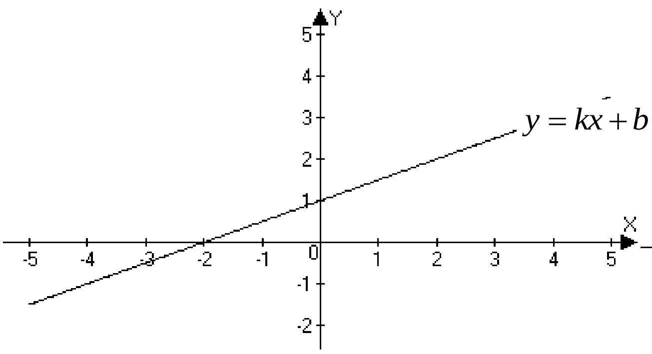
Практическое занятие №12
«Преобразование графиков функций»

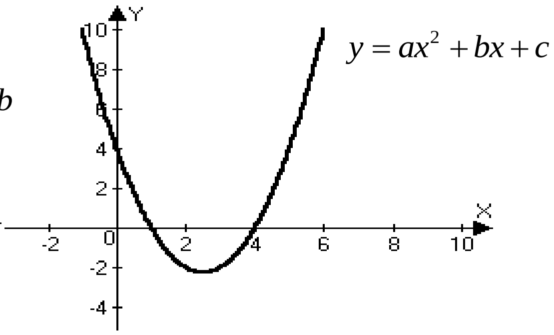
Цели работы: закрепить навыки построения графиков с использованием преобразований

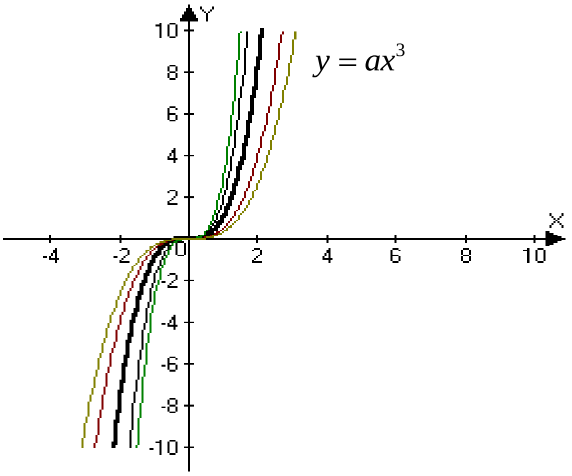
Краткое содержание материала:

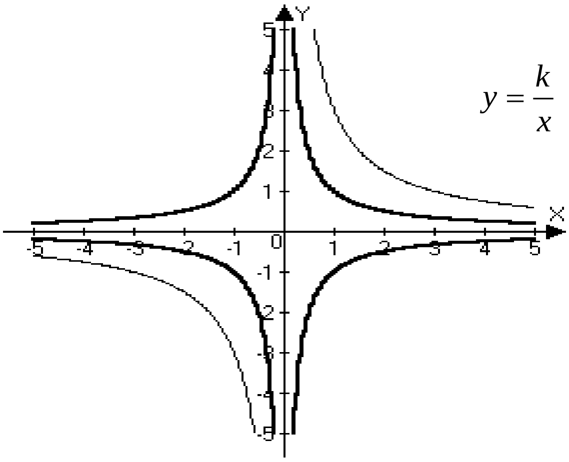
Преобразования графиков функций — это линейные преобразования функции y=f(x) или аргумента x к виду x+a, x-a , а также с использованием модуля. Зная как строить графики элементарных функций, можно построить график функции $y = af(kx+b)+m$

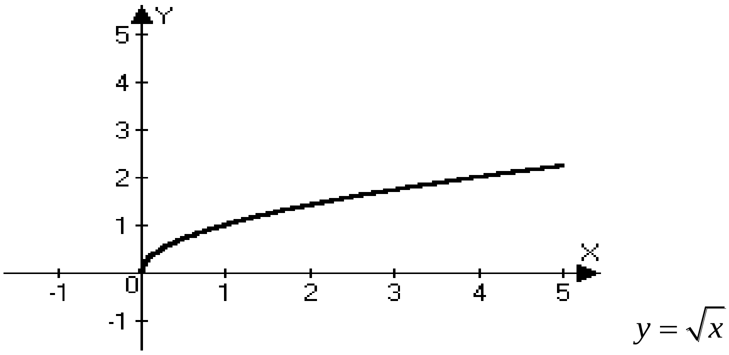
Рассмотрим некоторые графики функций

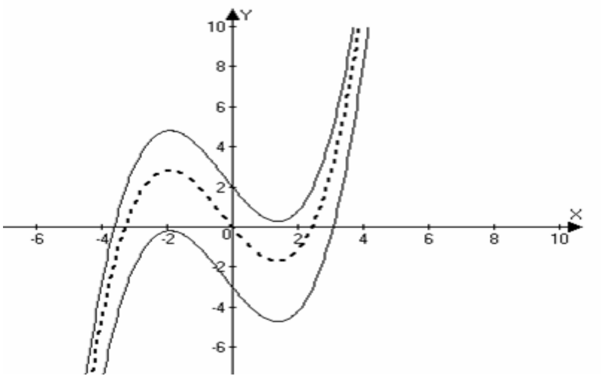






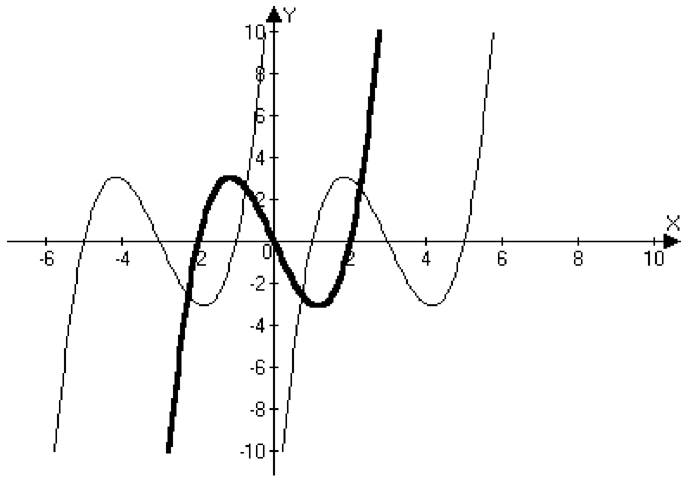




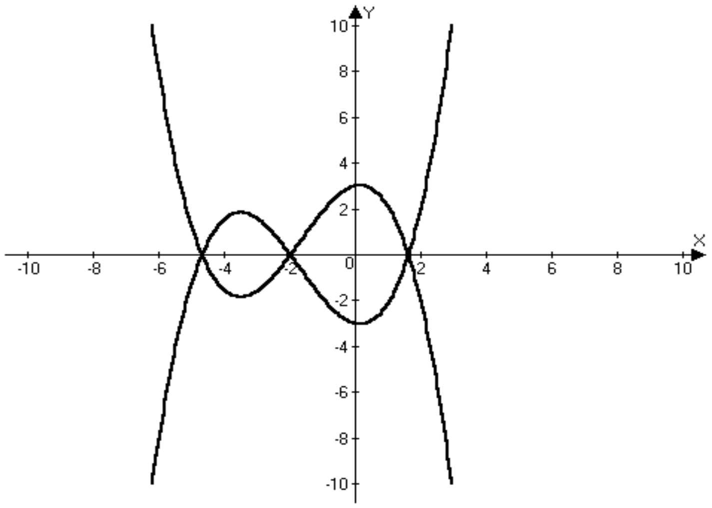


1.y = f(x) + b – график функции получается из графика функции y = f(x) путем параллельного переноса этого графика на величину b вдоль оси оу ОУ. при этом, если b>0, то график функции f(x) + b располагается выше графика функции f(x), если b<0, то ниже этого графика.

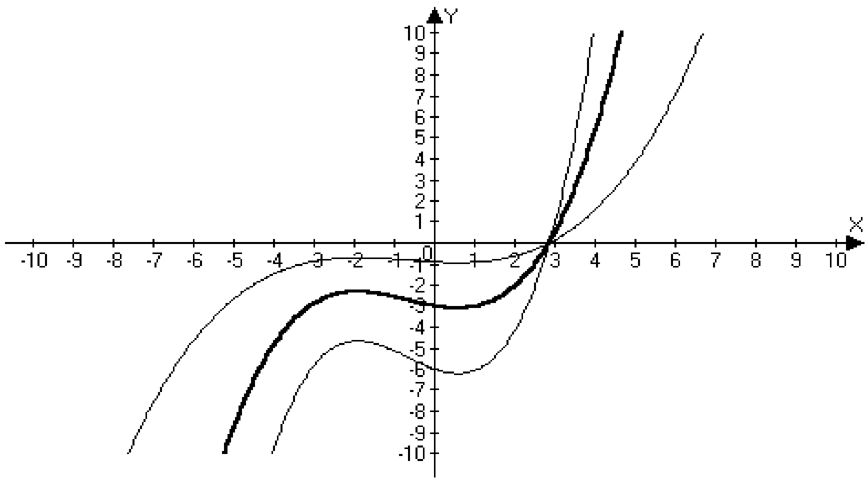
2.y = f (x - a) – график функции получается из графика функции y = f(x) с помощью параллельного переноса этого графика на величину a вдоль оси ОХ, при этом, если *a*>0, то сдвиг вправо, а если *a*<0, то сдвиг влево.



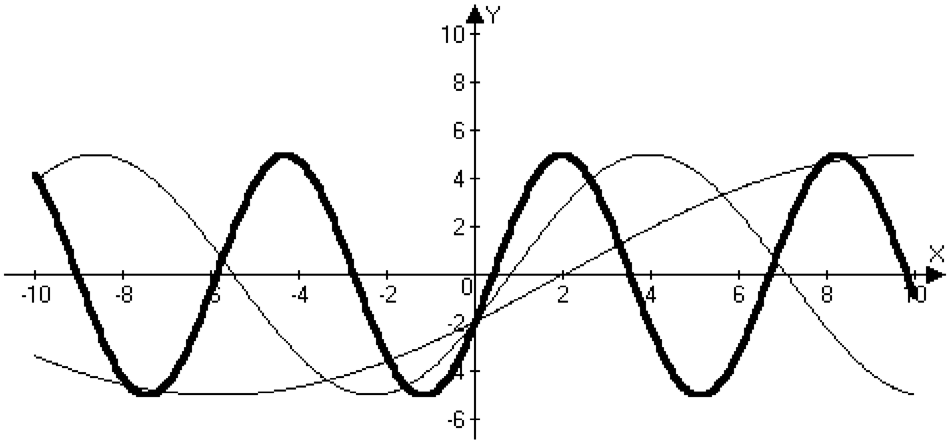
3.y = - f(x) – график симметричен графику y = f(x) относительно оси OX



Указанные преобразования не изменяют масштаба графика функции.
Рассмотрим преобразования графиков функций, которые изменяют масштаб графика
4.y = af(x) – график функции получается из графика функции y = f(x) с помощью растяжения или сжатия графика по оси OY пропорционально коэффициенту *a*, причем, если *a* > 1, то все ординаты графика af(x) увеличиваются в *a* раз, если a < 1, то уменьшаются в *a* раз.



5.y = f(ax) – график функции получается из графика функции y = f(x) с помощью растяжения или сжатия вдоль оси OX пропорционально коэффициенту *a*, причем, если, *a* > 1, то график сжимается в *a* раз, если 0 < a <1, то растягивается в 1/*a* раз.



Задания для самостоятельной работы
Постройте графики функций
1 вариант
1.y = 5-2x
2.y = $(x-3)^2$
3.y = $\sqrt{x+1}$
4. y = - sin x
5. y =2 cos x
6. y = cos (x- $\frac{\pi}{3}$)
7. y = 2^{x+1}
8. y = - 4^{x}
9. y = $\log_2$ x -1
10.y= $\log_3$ (x-2)
11. y = $\frac{2}{x+1}$

2 вариант
1.y= 5-3x
2.y=$(x-2)^2$
3.y= $\sqrt{x-1}$
4. y= - cos x
5. y= 3 cos x
6.y= sin (x- $\frac{\pi}{3}$)
7. y= 2^{x+2}
8. y= - 3^{x}
9. y= $\log_2$ x +1
10. y= $\log_3$ (x-2)
11. y= $\frac{2}{x+1}$

Практическое занятие №13
Тема: «Призма»

Цели работы: сформировать умения и навыки при решении задач
Краткое содержание материала:

Призмой называется многогранник, который состоит из двух плоских многоугольников, лежащих в разных плоскостях и совмещаемых параллельным переносом, и всех отрезков, соединяющих соответствующие точки этих многоугольников. Многоугольники называются основаниями призмы, а отрезки, соединяющие соответствующие вершины, - боковыми ребрами призмы.
Поверхность призмы состоит из оснований и боковой поверхности. Боковая поверхность состоит из параллелограммов.
Высотой призмы называется расстояние между плоскостями ее оснований.
Отрезок, соединяющий две вершины призмы, не принадлежащие одной грани, называется диагональю призмы.
Призма называется прямой, если ее боковые ребра перпендикулярны основаниям. В противном случае призма называется наклонной.
Прямая призма называется правильной, если ее основания являются правильными многоугольниками.
Площадью боковой поверхности призмы называется сумма площадей боковых граней.
Боковая поверхность прямой призмы равна произведению периметра основания на высоту призмы, т.е. на длину бокового ребра. $S_{бок} = P\,l$, l-длина бокового ребра
Полная поверхность призмы равна сумме боковой поверхности и площадей оснований.
$S_{полн} = S_{бок} + 2S_{осн}$
Если основание призмы есть параллелограмм, то она называется параллелепипедом.
У параллелепипеда противолежащие грани параллельны и равны.
Диагонали параллелепипеда пересекаются в одной точке и точкой пересечения делятся пополам. Точка пересечения диагоналей параллелепипеда является его центром симметрии.
Прямой параллелепипед, у которого основанием является прямоугольник, называется прямоугольным параллелепипедом.
Прямоугольный параллелепипед, у которого все ребра равны, называется кубом.
В прямоугольном параллелепипеде квадрат любой диагонали равен сумме квадратов трех его измерений, т.е. длины, ширины и высоты.
Задача .Найдите диагонали прямоугольного параллелепипеда по трем его измерениям: 1,2,2.
Решение:Так как в прямоугольном параллелепипеде квадрат любой диагонали равен сумме квадратов трех его измерений, то $d^2 = a^2 + b^2 + h^2$. Подставляя получаем
$d^2 = 1^2 + 2^2 + 2^2 = 1 + 4 + 4 = 9$. Значит диагональ данного параллелепипеда равна 3.
Ответ: 3
Задания для самостоятельной работы
1. Найдите диагонали прямоугольного параллелепипеда по трем его измерениям: 1)2,3,4; 2)5,7,8
2. В правильной n-угольной призме сторона основания равна *a* и высота равна *h*. Вычислите площади боковой и полной поверхности призмы, если а) n=3, *a*=10 см, h=15 см;
б) n=4, *a*=12 см, h=8 см
3.В правильной четырехугольной призме площадь основания 144см^2 , а высота 14 см. Найдите диагональ призмы.
4. В прямоугольном параллелепипеде стороны основания равны 12 см и 5 см. Диагональ параллелепипеда образует с плоскостью основания угол в 45°. Найдите боковое ребро параллелепипеда.
5.Основанием прямого параллелепипеда является ромб с диагональю 10см и 24см, а высота параллелепипеда равна 10см. найдите большую диагональ параллелепипеда.
6.Боковое ребро правильной треугольной призмы в 3 раза больше стороны основания, а сумма длин всех ребер равна 45. Найдите площадь полной поверхности призмы.
7. В прямом параллелепипеде стороны оснований 6 м и 8 м образуют угол 30°, боковое ребро равно 5 м. Найдите полную поверхность этого параллелепипеда.
8. В прямом параллелепипеде стороны оснований 3 м и 8 м угол между ними 60°. Боковая поверхность равна220см^2 . Найдите полную поверхность.

Практическое занятие №14

Тема: «Пирамида. Правильные многогранники.»

Цели работы: сформировать умения и навыки при решении задач

Краткое содержание материала:

Пирамидой называется многогранник, который состоит из плоского многоугольника – основания пирамиды, точки, не лежащей в плоскости основания, - вершины пирамиды и всех отрезков, соединяющих вершину пирамиды с точками основания.

Отрезки, соединяющие вершину пирамиды с вершинами основания, называются боковыми ребрами.

Высотой пирамиды называется перпендикуляр, опущенный из вершины пирамиды на плоскость основания.

Плоскость, пересекающая пирамиду и параллельная ее основанию, отсекает подобную пирамиду. А другая часть представляет собой многогранник, который называется усеченной пирамидой.

Пирамида называется правильной, если ее основанием является правильный многоугольник, а основание высоты совпадает с центром этого многоугольника.

Осью правильной пирамиды называется прямая, содержащая ее высоту.

Апофемой называется высота боковой грани правильной пирамиды, проведенная из ее вершины.

Боковой поверхностью пирамиды называется сумма площадей ее боковых граней.

Боковая поверхность правильной пирамиды равна произведению полупериметра основания на апофему.

Выпуклый многогранник называется правильным, если его грани являются правильными многоугольниками с одним и тем же числом сторон и в каждой вершине сходится одно и то же число рёбер.

Существует 5 типов правильных многогранников: правильный тетраэдр, куб, октаэдр, додекаэдр, икосаэдр.

Задания для самостоятельной работы:

1.Чему равна площадь полной поверхности правильного тетраэдра с ребром 4 см?

2. Чему равна площадь полной поверхности куба с ребром 12 см?

3. Высота правильной четырехугольной пирамиды равна 10 см, а сторона основания 6 см. Найдите боковое ребро.

4.Основание пирамиды - прямоугольник со сторонами 6см и 8см. Каждое боковое ребро пирамиды равно 13см. Вычислите высоту пирамиды.

5.Высота правильной четырехугольной пирамиды равна 15, сторона основания равна 4. Найдите апофему пирамиды.

6.Сторона основания правильной треугольной пирамиды равна 12, боковое ребро 10. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

7.По стороне основания a и боковому ребру b найдите полную поверхность правильной треугольной пирамиды

8.В правильной четырехугольной пирамиде найдите сторону основания, если боковое ребро равно 5 см, а полная поверхность 16см^2.

Практическое занятие № 15
Тема: «Цилиндр. Конус.»

Цели работы: сформировать умения и навыки при решении задач

Краткое содержание материала:

Цилиндром называется тело, которое состоит из двух кругов, не лежащих в одной плоскости и совмещаемых параллельным переносом, и всех отрезков, соединяющих соответствующие точки этих кругов. Круги называются основаниями цилиндра, а отрезки, соединяющие соответствующие точки окружностей кругов, - образующими цилиндра.

Поверхность цилиндра состоит из оснований и боковой поверхности. Боковая поверхность составлена из образующих.

Цилиндр называется прямым, если его образующие перпендикулярны плоскостям оснований.

Радиусом цилиндра называется радиус его основания. Высотой цилиндра называется расстояние между плоскостями оснований.

Конусом называется тело, которое состоит из круга-основания конуса, точки, не лежащей в плоскости этого круга, - вершины конуса и всех отрезков, соединяющих вершину конуса с точками основания. Отрезки, соединяющие вершину конуса с точками окружности основания, называются образующими конуса. Поверхность конуса состоит из основания и боковой поверхности.

Конус называется прямым, если прямая, соединяющая вершину конуса с центром основания, перпендикулярна плоскости основания.

Высотой конуса называется перпендикуляр, опущенный из его вершины на плоскость основания.

Задания для самостоятельной работы

1 вариант

1**.** Прямоугольник, стороны которого 3см и 5см, вращается вокруг большей стороны. Найдите: а) объём полученного цилиндра;

б) площадь боковой поверхности.

2. Боковая поверхность конуса15π см^2 , а радиус основания 3см. Найти объём конуса.

3. В шаре на расстоянии 3см от центра проведено сечение, площадь которого 16π см^2 . Найдите объём шара.

4. Поверхность шара 36π см^2 . Найдите объём шара.

5. Равносторонний треугольник, сторона которого 6см, вращается вокруг своей стороны. Определите объём и поверхность полученного тела.

2 вариант

1**.** Прямоугольный треугольник, катеты которого 3см и 4см, вращается вокруг большего катета. Найдите: а) объём полученного конуса;

б) площадь его полной поверхности.

2. Боковая поверхность цилиндра 30π см^2 . Радиус его основания 3см. Найдите объём цилиндра.

3. В шаре на расстоянии 8см от центра проведено сечение, длина окружности которого равна 12π см. Найдите поверхность шара.

4. Объём шара равен 36π см^3 . Найдите поверхность этого шара.

5. Равнобедренный треугольник, боковые стороны которого 5см, а основание 6см, вращается вокруг основания. Определите объём и поверхность полученного тела.

Практическое занятие № 16
Тема: «Объемы многогранников и тел вращения»

Цели работы: сформировать умения и навыки при решении задач

Краткое содержание материала:

Для простых тел объем – это положительная величина, численное значение которой обладает следующими свойствами:

1.Равные тела имеют равные объемы.

2.Если тело разбито на части, являющиеся простыми телами, то объем этого тела равен сумме объемов его частей.
3.Объем куба, ребро которого равно единице длины, равен единице.
I.Объем прямоугольного параллелепипеда с линейными размерами *a,b,c* вычисляется по формуле $V=abc$
II. Объем любого параллелепипеда равен произведению площади основания на высоту
III. Объем любой призмы равен произведению площади ее основания на высоту
IV. Объем любой треугольной пирамиды равен одной трети произведения площади основания на высоту $V=\frac{1}{3}SH$
V. Объем любой пирамиды равен одной трети произведения площади ее основания на высоту $V=\frac{1}{3}SH$
VI. Объем цилиндра равен произведению площади основания на высоту $V = SH = \pi R^2 H$
VII. Объем конуса равен одной трети произведения площади основания на высоту $V = \frac{1}{3}SH = \frac{1}{3}\pi R^2 H$
VIII.Объем шара радиуса *R* вычисляется по формуле $V=\frac{4}{3}\pi R^3$
Площадь боковой поверхности цилиндра:
площадь боковой поверхности цилиндра вычисляется по формуле $S = CH = 2\pi RH,$ где –R-радиус цилиндра, а H – его высота.
Площадь боковой поверхности конуса:
площадь боковой поверхности конуса вычисляется по формуле $S = \frac{1}{2}Cl = \pi Rl,$ где R-радиус основания конуса, а *l* – длина образующей.
Площадь сферы:
площадь сферы радиуса *R* вычисляется по формуле $S = 4\pi R^2$
Задания для самостоятельной работы
1.Измерения прямоугольного параллелепипеда 6 см, 3 см, 5 см. Чему равен его объем?
2. Сторона основания правильной треугольной призмы 4 см, боковое ребро 5 см. Чему равен объем призмы?
3.Найдите объём пирамиды, высота которой равна 5см, основанием служит квадрат со стороной 4см
4.Радиус конуса равен 4 см , высота конуса равна 6см. Найдите объем конуса
5. Найдите объем тела, полученного при вращении прямоугольного треугольника с катетом 8 см и гипотенузой 10 см вокруг большего катета.
6.Куча щебня имеет коническую форму радиус основания которого 2м, а образующая 2,5м. Найдите объём кучи щебня.
7.Образующая конуса равна 12 см и составляет с плоскостью основания угол $30°$. Найдите объем конуса.
8.Конусообразная палатка высотой 3,5 м с диаметром основания 4м покрыта парусиной. Сколько квадратных метров парусины пошло на палатку?
9.Площадь полной поверхности прямоугольного параллелепипеда равна 136 $см^2$, стороны основания 4 см и 6 см. Вычислите объем прямоугольного параллелепипеда.
10. Площадь полной поверхности цилиндра равна 125π $см^2$. Найдите площадь его боковой поверхности, если радиус основания 5 см.
11.Стог сена имеет форму цилиндра с коническим верхом. Радиус его основания 2,5м, высота 4м, причём цилиндрическая часть стога имеет высоту 2,2 м. Плотность сена 0,03г/см^3 .определите массу стога сена

Практическая работа №17

Тема: «Производная функции.»

Цели работы: закрепить знания производных основных функций и правил дифференцирования

Краткое содержание материала:

Таблица производных

f (x)	*f `(x)*
C	*0*
x	*1*
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$
x^n	nx^{n-1}
sinx	*cosx*
cosx	*-sinx*
tgx	$\frac{1}{\cos^2 x}$
ctgx	$-\frac{1}{sin^2x}$
e^x	e^x
a^x	$a^x lna$
lnx	$\frac{1}{x}$

Правила вычисления производных

u+v	*u '+v'*
ku	*ku'*
uv	*u'v+uv'*
$\frac{u}{v}$	$\frac{u'v-uv'}{v^2}$

Примеры: Найдите производную функции:1) x^9; 2) 4-5x; 3)$2x^6+3x^2-6x+7$; 4) $\frac{x^3}{2x-1}$

1) $(x^9)' = 9x^8$; 2) (4-5x)′ = -5; 3)$(2x^6+3x^2-6x+7)'=2\cdot6x^5+3\cdot2x-6+0=12x^5+6x-6$;

4) $\left(\frac{x^3}{2x-1}\right)' = \frac{(x^3)'(2x-1)-x^3(2x-1)'}{(2x-1)^2} = \frac{3x^2(2x-1)-x^3\cdot2}{(2x-1)^2} = \frac{6x^3-3x^2-2x^3}{(2x-1)^2} = \frac{4x^3-3x^2}{(2x-1)^2}$

Задания для самостоятельной работы

1 вариант

Найдите производную

1.y = 8

2.y = x^6

3.y = 3 - 2x

4.y = $-2x^3+18x$

5.y = $-3x^3+2x^2+x-5$

6.y = $x(x^3+2x^2)$

7.Вычислить значение производной в т. x_0 y = $\sqrt{x}+5$; $x_0=4$

8.Вычислить значение производной в т. x_0

$y = \frac{8}{x} - 6$ в т. $x_0 = 1$

9.y = $\sqrt{x}$ (2x – 4)

10. y = $(\frac{5x-2}{x^2})$

2 вариант

Найдите производную

1.y = 6

2.y = x^7

3.y = 4 - 5x

4.y = - x^4 +6x

5.y = 5 x^3 + x^2 - 2x +8

6.y = x(x^4 + 3 x^2)

7.Вычислить значение производной в т. x_0 y = $\sqrt{x}$ + 8; x_0 = 4

8.Вычислить значение производной в т. x_0

$y = \frac{4}{x} - 3$ в т. $x_0 = 1$

9.y = $\sqrt{x}$ (3x – 2)

10. y = $(\frac{x^3}{3x+4})$

Практическая работа №18

Тема: «Производные тригонометрических функций и производная сложной функции»

Цели работы: закрепить знания производных основных функций и правил дифференцирования

Краткое содержание материала:

Производные тригонометрических функций:

$(\sin x)' = \cos x$

$(\cos x)' = -\sin x$

$(tg\, x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$

$(ctg\, x) = -\frac{1}{\sin^2 x}$

Производная сложной функции:

(f (kx+m))′= kf′(kx+m)

Примеры:

1.Найдите производную функции:1) y=x^3 - cos x; y′= 3x^2 + sin x

2) y= cos 3x ; y′ = - 3sin 3x

3) y= (2x – 7)^8 ; y′= 2·8·(2x-7)^7 =16 (2x-7)^7

Задания для самостоятельной работы

1 вариант

Найдите производную

1.y = 2 sinx

2.y = sin4x

3.y = $\frac{1}{3}$ cos3x

4.y = 2x - sinx

5.y = x^2 +cosx

6.y = tg(2 – 5x)

7.y = ctg(2x+ $\frac{\pi}{3}$)

8.y = $(2x + 1)^3$

9.y = $\frac{1}{(8-x)^5}$

10. y = $\sqrt{2-3x}$

2 вариант

1.y = 3 cos x

2.y = cos5x

3.y = $\frac{1}{4}$ sin4x

4.y = cos x – 3x

5.y = x^3 -sinx

6.y = tg(3 – 8x)

7.y = ctg(3x + $\frac{\pi}{6}$)

8.y = $(3x - 2)^4$

9. y = $\frac{1}{(5-x)^4}$

10. y = $\sqrt{4-6x}$

Практическая работа № 19
Тема: «Применение производной функции»

Цели работы: закрепить навыки применения производной функции

Краткое содержание материала:

Достаточный признак возрастания функции. Если $f'(x) > 0$ в каждой точке интервала *I*, то функция f возрастает на *I.*

Достаточный признак убывания функции. Если $f'(x) < 0$ в каждой точке интервала *I*, то функция f убывает на *I.*

Внутренние точки области определения функции, в которых ее производная равна нулю или не существует, называются критическими точками этой функции.

Необходимое условие экстремума. Если точка x_0 является точкой экстремума функции f и в этой точке существует производная f′, то она равна нулю: $f'(x_0)=0$

Признак максимума функции. Если функция f непрерывна в точке x_0, а $f'(x) > 0$ на интервале $(a; x_0)$ и $f'(x) < 0$ на интервале ($x_0; b$), то точка x_0 является точкой максимума функции f .

Упрощенная формулировка этого признака: если в точке x_0 производная меняет знак с плюса на минус, то x_0 есть точка максимума.

Признак минимума функции. Если функция f непрерывна в точке x_0, а $f'(x) < 0$ на интервале $(a;x_0)$ и $f'(x)$ на интервале ($x_0; b$), то точка x_0 является точкой минимума функции f .

Упрощенная формулировка этого признака: если в точке x_0 производная меняет знак с минуса на плюс, то x_0 есть точка минимума. , x

Примеры:

1.Найдите промежутки возрастания функции $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 5$

$f`(x) = (2x^3 - 3x^2 + 5)` = 2 \cdot 3x^2 - 3 \cdot 2x + 0 = 6x^2 - 6x$

$6x^2 - 6x = 0$, $6(x^2 - x) = 0$, $x^2 - x = 0$, $x(x-1) = 0$, $x = 0$, , $x = 1$

Функция возрастает на $(-\infty;0),(1;+\infty)$, функция убывает на (0;1)

2.Найдите точки экстремума функции $f(x)=2x^3-\frac{1}{2}x^4-8$

$f`(x)=\left(2x^3-\frac{1}{2}x^4-8\right)`=2\cdot 3x^2-\frac{1}{2}\cdot 4x^3+0=6x^2-2x^3$

$x^2=0, x-3=0, x=0, x=3$

В точке 3 производная меняет знак с минуса на плюс, значит это есть точка минимума.

Задания для самостоятельной работы

1 вариант

1. Найдите производную $y=x^8$; $y=3x^6$; $y=3x-5$; $y=2\cos x$; $y=x^4-\sin x$
2. Найдите $y'(1)$, $y=x^2(x^2+1)$
3. Найдите тангенс угла наклона касательной к графику функции в точке с абсциссой x=-1, $y=x^3-3$
4. Решите уравнение $f'(x)=0$, $f(x)=6x-x^2$
5. Найдите точки экстремума функции $y=2x^2-7x+1$
6. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y=x^2-8x+19$ на отрезке [-1;5]

2 вариант

1. Найдите производную $y=x^6$; $y=2x^4$; $y=4x-8$; $y=3\cos x$; $y=x^5+\sin x$
2. Найдите $y'(0)$, $y=x^2(x^3-2)$
3. Найдите тангенс угла наклона касательной к графику функции в точке с абсциссой x=2, $y=x^3+4$
4. Решите уравнение $f'(x)=0$, $f(x)=8x-x^2$
5. Найдите точки экстремума функции $y=4x^2-6x-7$
6. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y=-3x^2+6x-10$ на отрезке [-2;9]

Практическая работа №20
Тема: «Первообразная функции. Интеграл.»

Цели работы: закрепить навыки нахождения первообразной функции, вычисления интеграла

Краткое содержание материала:

f (x)	*F(x)*
k f (x)	*k F (x)*
f (x)+ g (x)	*F(x)+ G(x)*
C	*Cx*
x^n	$\frac{x^{n+1}}{n+1}+C$
$\frac{1}{x}$	$\ln\lvert x\rvert+C$
e^x	e^x+C
a^x	$\frac{a^x}{\ln a}+C$
sinx	*-cosx+C*
cosx	*sinx+C*

Пусть на отрезке [*a;b*]оси *Ox* задана непрерывная функция *f* , не меняющая на нем знака. Фигуру, ограниченную графиком этой функции, отрезком [*a;b*] и прямыми *x=a* и *x=b*, называют криволинейной трапецией.

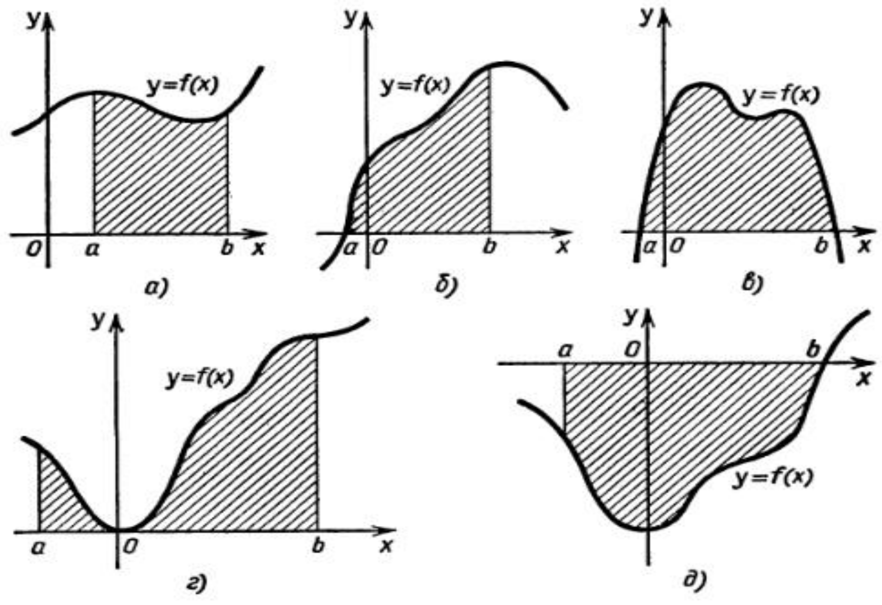


Рис. 1

Для вычисления площадей криволинейных трапеций применяется следующая теорема:
Теорема. Если f — непрерывная и неотрицательная на отрезке [a; b] функция, а F — ее первообразная на этом отрезке, то площадь S соответствующей криволинейной трапеции равна приращению первообразной на отрезке [a; b] т. е. $S=F(b)-F(a)$.

Задания для самостоятельной работы

1вариант

1.Найдите первообразную

а) y = 2 x^5

б) y = x^2 +x

в) y = 3sinx + cosx

г) y = sin2x

2.Вычислите $\int_1^2 x^3 dx$

3.Найдите площадь криволинейной трапеции, ограниченной линиями

а) y = x^2 x = 2
x = 1 y = 0

б)y = 2 - x^3 y = 0
x = 1 x = 0

2вариант

1. Найдите первообразную

а) y = 3 x^6

б) y = x + x^3

в) y = sinx + 2cosx

г) y = cos3x

2.Вычислите $\int_1^0 x^4 dx$

3. Найдите площадь криволинейной трапеции, ограниченной линиями

а) y = x^3 x = 2
x = 1 y = 0

б) y = 1 - x^3 y = 0
x = 1 x = 0

Литература

1.Колмогоров А.Н. «Алгебра и начала анализа» 10-11 кл,2008 г
2.Алимов Ш.А., Колягин Ю.М. «Алгебра и начала анализа» 10-11 кл, 2005 г
3.Погорелов А.В. «Геометрия» 10-11 кл,2005
4.Атанасян Л.С. «Геометрия» 10-11 кл,2005
5.Попов М.А. «Контрольные и самостоятельные работы по алгебре» 10 кл,2010
6.Дудницын Ю.П., Кронгауз В.Л. «Контрольные работы по геометрии» 10 кл,2007
7.Дудницын Ю.П., Кронгауз В.Л. «Контрольные работы по геометрии» 11 кл,2007
8.Башмаков М.И. «Математика. Сборник задач» 10кл, 2008
9.Башмаков М.И. «Математика. Базовый уровень» 11кл, 2009
10.Мордкович А.Г. «Алгебра и начала анализа» 10-11 кл,2005
11.Денищева Л.О., Корешкова Т.А. «Алгебра и начала анализа. Тематические тесты и зачёты» 10-11 кл,2005
12.Мордкович А.Г, Тульчинская Е.Е. «Алгебра и начала анализа. Контрольные работы» 10-11 кл,2005
13.Глазков Ю.А. «Тесты по алгебре и началам анализа» 11 кл,2010
14.Глазков Ю.А. «Тесты по геометрии» 10 кл,2012
15.Алешина Т.Н. «Обучающие и проверочные задания. Геометрия» 10 кл, 2005
16. Алешина Т.Н. «Обучающие и проверочные задания. Геометрия» 11кл, 2005